

Corso di “Metodi Matematici per le Scienze Economiche e Finanziarie”

Prof. Fausto Gozzi

Esame del 06/05/2005

1. Data l'equazione differenziale lineare e omogenea in  $\mathbb{R}^3$ :  $\mathbf{x}'(t) = \hat{A}\mathbf{x}(t)$ , determinarne la soluzione generale, nonché la stabilità dei punti di equilibrio, con

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Data l'equazione differenziale non lineare in  $\mathbb{R}^2$ :  $\begin{cases} x' = 2x - \sin(y) + e^{2y} - 1 \\ y' = x \end{cases}$ , mostrare che l'origine

è un punto di equilibrio e studiarne la stabilità.

3. Data l'equazione differenziale

$$x'(t) = 1 - x^2(t)$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne discutano le proprietà di stabilità locali. Si faccia lo stesso per l'equazione alle differenze

$$x(t+1) = 1 - x^2(t)$$

4. Data la funzione di due variabili:

$$f(x) = x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2$$

- trovare eventuali punti di massimo e minimo assoluto su  $\mathbf{R}^2$ ;
- discutere l'esistenza di punti di massimo e minimo assoluto sull'insieme

$$A = \{x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1^2 + x_2^2 < 1\};$$

- trovare, se esistono, tali punti