

Corso di “Metodi Matematici per le Scienze Economiche e Finanziarie”
 Prof. Fausto Gozzi, Dr. Davide Vergni, Dr.ssa Alessandra Cretarola

Pre-appello del 03/05/2007

1. Data l'equazione alle differenze lineare e omogenea in \mathbb{R}^3 : $\mathbf{x}(n+1) = \hat{A}\mathbf{x}(n)$,

determinarne la soluzione generale, nonché la stabilità dei punti di equilibrio, con $\hat{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

2. Siano $X = \mathbb{R}$ e $T = [0, +\infty[$. Studiare qualitativamente le curve integrali dell'equazione

$$x'(t) = x(t)(1 + \cos x(t)),$$

con dato iniziale $x(0) = x_0$. Dire se esistono punti di equilibrio e determinarne la stabilità.

3. Data l'equazione alle differenze $x_{n+1} = x^3(t) - 2x(t) - 1$, determinarne i punti di equilibrio e dire se sono stabili o no.

4. Si consideri il sistema di equazioni differenziali

$$\begin{cases} x' = 2y \\ y' = 4x(x^2 - 1), \end{cases}$$

Calcolare i suoi punti di equilibrio e studiarne la natura. Dare una rappresentazione grafica delle traiettorie del moto (ritratto di fase).

5. **Facoltativo** – Sia \mathcal{C} l'insieme chiuso, convesso e limitato

$$\mathcal{C} = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : 2 \leq x_1 \leq 5, -4 \leq x_2 \leq -1\}.$$

- Disegnare l'insieme \mathcal{C} e trovare le coordinate del punto x^0 di \mathcal{C} con distanza minima dall'origine.
- Calcolare la distanza δ di x^0 dall'origine O , il vettore unitario \mathbf{u} che punta dall'origine a x^0 e il punto medio m del segmento Ox^0 .
- Scrivere l'equazione della retta che separa l'insieme \mathcal{C} dall'origine.