Corso di Metodi Matematici per la Finanza

Esercizi sui vettori e gli spazi vettoriali

Es. 1 Stabilire quali dei seguenti sottoinsiemi sono sottospazi vettoriali:

$$\mathbb{V} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \ \mid \ x = y \, , z = 0 \right\}$$

$$\mathbb{V} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \ \mid \ x = 1 \, , y = 2z \right\}$$

$$\mathbb{V} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \ \mid \ x + y + z = 0 \right\}$$

Es. 2 Dati i vettori di $\mathbb{R}^2$

$$\mathbf{u}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \ , \ \mathbf{u}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \ , \ \mathbf{u}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

stabilire se sono linearmente indipendenti e se è possibile, scrivere il secondo vettore come combinazione lineare degli altri due.

Es. 3 Sia

$$\mathbb{F} = \left(\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \ , \ \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

una base di $\mathbb{R}^2$.
Determinare le coordinate dei vettori della base canonica $\mathbb{E} = (\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$ rispetto alla base $\mathbb{F}$.

Es. 4 Dati i vettori di $\mathbb{R}^3$

$$\mathbf{u}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \ , \ \mathbf{u}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \ ,$$

sia $\mathbb{U} = \mathrm{SPAN}(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2)$. Determinare due vettori di $\mathbb{U}$, $\mathbf{v}_1$ e $\mathbf{v}_2$ diversi da $\mathbf{u}_1$ e $\mathbf{u}_2$ tali che $\mathbb{U} = \mathrm{SPAN}(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2)$.