

Esercizio 1

Sia data la matrice A

$$A(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2\alpha \\ -1 & 1 & \alpha \\ -2 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

- 1.1) determinare per quali valori del parametro reale α é verificata la condizione necessaria e sufficiente di convergenza per il metodo di Jacobi;
- 1.2) posto $\alpha = -1/4$ e $b = (1, 0, 1)^T$, calcolare i primi passi del metodo di Jacobi;
- 1.3) calcolare la velocità di convergenza per $\alpha = -1/4$.

Esercizio 2

2.1) Calcolare il polinomio $P(x)$ che interpola la funzione

$$f(x) = e^{-x^2}$$

nei punti $x_1 = -2$, $x_2 = -1$, $x_3 = 0$, $x_4 = 1$.

2.2) Valutare con quante cifre decimali esatte si approssima la funzione nel punto $x = -0.5$.

Esercizio 1

In uno script Matlab, disegnare il grafico della funzione

$$y=e^x-x-1.5$$

nell'intervallo [-1, 2]. Una volta individuato l'intervallo di separazione I si calcoli uno zero con la funzione di Matlab fzero (usare l'help!). Si disegni nello stesso grafico della funzione la radice trovata.

Abbellire opportunamente il grafico.

Esercizio 2

Scrivere la funzione Matlab **create_matrix** che prenda in input un intero positivo $N > 2$ e restituisca in output la matrice quadrata A di ordine N costruita mediante la funzione di Matlab magic (help magic) e una variabile logica che assume il valore 0 se la matrice è singolare, 1 altrimenti. La funzione deve inoltre calcolare e stampare a video:

- il valore medio del vettore costituito dalla prima e dalla seconda riga di A ;
- il rango della matrice;
- il determinante della matrice.

Dal command window richiamare la funzione per diversi valori di N .

Analisi Numerica

(Ingegneria Elettrotecnica a.a. 2014-15)

Prof. Annalisa Pascarella

(Scritto del 28-01-2015)

COGNOME E NOME:

Esercizio 1

Data la funzione dipendente dal parametro reale non negativo α

$$f(x; \alpha) = \alpha x^3 + e^x + 1, \quad \alpha \geq 0, \quad \alpha \in R$$

- 1.1) determinare per quali valori di α la funzione ammette un unico zero nell'intervallo $[-1, 1]$;
- 1.2) posto $\alpha = e$ stimare il numero di iterazioni necessarie per avere un' approssimazione dello zero ξ con almeno tre decimali esatti usando il metodo di bisezione;
- 1.3) si discuta con quali modalit  va applicato il metodo di Newton-Raphson per approssimare tale zero e stimare quante iterazioni sono necessarie per approssimarlo usando la stessa tolleranza del metodo di bisezione.

Esercizio 2

Sia data la seguente tavola di valori di una funzione $y = f(x)$:

x	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-1.07	1.92	4.85	8.18	11.05

- 2.1) determinare il polinomio di primo grado che approssimi i dati nel senso dei minimi quadrati;
- 2.2) approssimare $I = \int_{-1}^3 f(x)dx$ con il valore fornito dalla formula di Cavalieri-Simpson (passo $h = 2$).

Esercizio 1

In uno script Matlab, risolvere il seguente sistema lineare

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= 1 \\-x_1 + x_2 + x_3 &= 0 \\-2x_1 - 2x_2 + x_3 &= 1\end{aligned}$$

mediante il metodo di eliminazione di Gauss e mediante la fattorizzazione LU, dopo essersi accertati che il sistema ammette un'unica soluzione.

Esercizio 2

Scrivere la funzione Matlab **is_diagonal** che prenda in input una matrice quadrata A di ordine N e restituisca in output una variabile logica che assuma il valore 1 se la matrice è diagonale, 0 altrimenti.

Dal command window richiamare la funzione per due diverse matrici quadrate, una diagonale e una no.

Analisi Numerica

(Ingegneria Elettrotecnica a.a. 2014-15)

Prof. Annalisa Pascarella
(Scritto del 17-02-2015)

COGNOME E NOME:

Esercizio 1

Sia data la matrice A

$$A(\alpha) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ \alpha & \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & \alpha & 1 \end{pmatrix}, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

- 1.1)** determinare per quali valori del parametro reale α il metodo di Gauss-Seidel é convergente;
- 1.2)** per tale valore di α calcolare i primi passi del metodo di Gauss-Seidel per la soluzione del sistema lineare
- $$Ax = b$$
- con $b = (2, 0, 1)^T$;
- 1.3)** per tale valore di α calcolare la velocità di convergenza.

Esercizio 2

- 2.1)** Determinare la forma di Lagrange del polinomio che interpola la funzione $y = \sin(x)$ nei punti di ascissa $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3}{2}\pi$;
- 2.2)** dopo aver dato una stima dell'errore di troncamento nel punto di ascissa $x = \frac{\pi}{4}$, calcolare l'errore prodotto dal polinomio in tale punto.

Esercizio 1

In uno script Matlab, disegnare il grafico della funzione

$$y=e^{2x}+3x^2-2$$

nell'intervallo $I=[-3, 2]$. Si determinino il minimo e il massimo assoluto della funzione in I e si disegnino tali punti nello stesso grafico della funzione.

Abbellire opportunamente il grafico.

Esercizio 2

Scrivere la funzione Matlab **is_tri** che prenda in input una matrice quadrata A di ordine N e restituisca in output una variabile intera che assuma il valore 2 se la matrice è triangolare superiore, 1 se è triangolare inferiore e 0 altrimenti.

Richiamare, in uno script separato, la funzione per diverse matrici quadrate.

Analisi Numerica

(Ingegneria Elettrotecnica a.a. 2014-15)

Prof. Annalisa Pascarella

(Scritto del 15-04-2015)

COGNOME E NOME:

Esercizio 1

Sia data la matrice A

$$A(\alpha) = \begin{pmatrix} \alpha & -\sqrt{3} & 2 \\ -\sqrt{3} & \alpha - 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

- 1.1) determinare per quali valori del parametro reale α sono verificate le condizioni sufficienti di convergenza per il metodo iterativo di Jacobi;
- 1.2) determinare per quali valori del parametro reale α il metodo di Gauss-Seidel converge sicuramente;
- 1.3) posto $\alpha = 5$ si applichi il metodo di Gauss-Seidel al sistema $Ax = b$ con $b = [1, 0, -1]^T$.

Esercizio 2

Approssimare ai minimi quadrati la seguente funzione tabulata

x_i	0	1	2	3	4
y_i	1.03	3.85	6.50	9.35	12.05

mediante la retta di regressione $p_1(x)$ e un polinomio di secondo grado $p_2(x)$. Quale dei due polinomi approssima meglio la funzione nel senso dei minimi quadrati?

Esercizio 1

In uno script Matlab, disegnare il grafico della bisettrice del primo quadrante e della funzione

$$y = x \cos x - 1$$

nell'intervallo $[-2, 2]$. Verificare, mediante la funzione `fzero` di Matlab, che il punto d'intersezione delle due curve sia lo zero della funzione

$$h = x \cos x - 1 - x.$$

Abbellire opportunamente il grafico.

Esercizio 2

Scrivere la funzione Matlab **`compute_inverse`** che prenda in input una matrice quadrata A di ordine N ; dopo aver verificato che la matrice è invertibile, calcolare l'inversa di A (non usare la funzione `inv`) e restituire tale matrice come output della funzione. Se la matrice non è invertibile restituire una matrice vuota e stampare a video un messaggio di warning.

Dal command window richiamare la funzione per due diverse matrici, una invertibile e una no.

Analisi Numerica

(Ingegneria Elettrotecnica a.a. 2014-15)

Prof. Annalisa Pascarella

(Scritto del 8-06-2015)

COGNOME E NOME:

Esercizio 1

Sia data l'equazione non lineare

$$x\sqrt{x} - 2\beta e^{-2x} = 0, \quad \beta > 0$$

- 1.1) dimostrare che per ogni $\beta > 0$ si ha un'unica radice x_0 ;
- 1.2) dopo aver determinato il valore di β per cui $x_0 = 1$, si determini un'opportuna funzione di iterazione $x = \varphi(x)$ adatta ad approssimare la radice $x_0 = 1$ nell'intervallo $I = [0.8, 1.2]$;
- 1.3) in base al comportamento della φ si determinino ordine di convergenza e monotonia della successione delle approssimazioni $x_n = \varphi(x_{n-1})$.

Esercizio 2

Si consideri il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) &= -2y(x), & x > 0 \\ y(0) &= 1 \end{cases}$$

- 2.1) verificare che esiste un'unica soluzione nell'intervallo $I = [0, 1]$
- 2.2) approssimare la soluzione con il metodo di Eulero e il metodo di Heunn scegliendo come passo $h = 0.2$
- 2.3) calcolare e confrontare l'errore globale in $x = 1$ per entrambi i metodi giustificando i risultati ottenuti sapendo che la soluzione esatta è $y(x) = e^{-2x}$

Esercizio 1

In uno script Matlab

- disegnare il grafico della funzione

$$y = x^{3/2} - e^{2-2x}$$

nell'intervallo $I=[0, 2]$

- stabilire se la funzione ammette uno zero in I
- se in I la funzione ammette una radice, calcolarne uno zero mediante la funzione `fzero` (funzione predefinita di Matlab)
- disegnare in uno stesso grafico la funzione e l'eventuale radice trovata. Abbellire opportunamente il grafico.

Esercizio 2

Si consideri la seguente funzione tabulata

x	0	1	2	3	4
y	1.03	3.85	6.50	9.35	12.05

Si scriva una function Matlab che prenda in **input** i vettori dei dati x e y e restituisca in **output** i coefficienti del polinomio ai minimi quadrati che approssima meglio la funzione. Si considerino solo un polinomio di primo grado e un polinomio di secondo grado.

Analisi Numerica

(Ingegneria Elettrotecnica a.a. 2014-15)

Prof. Annalisa Pascarella
(Scritto del 10-07-2015)

COGNOME E NOME:

Esercizio 1

Sia data la matrice A

$$A(\alpha) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & \frac{1}{2} \\ 1 & \alpha & -1 \\ \frac{1}{2} & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

- 1.1) determinare per quali valori del parametro reale α il metodo di Gauss-Seidel è convergente ;
- 1.2) posto $\alpha = 2$ e $b = (1, 0, 1)^T$, calcolare i primi passi del metodo di Gauss-Seidel per un'opportuna scelta del punto iniziale X_0 ;
- 1.3) calcolare la velocità di convergenza per $\alpha = 2$ e dare una stima del numero di iterazioni necessarie affinché l'approssimazione abbia 5 decimali esatti.

Esercizio 2

Data la funzione

$$f(x) = e^{-x^2}$$

si vuole approssimare l'integrale

$$I = \int_0^1 f(x) dx$$

usando la formula dei trapezi composta.

- 2.1) Determinare il passo h per ottenere un errore minore di 10^{-2} ;
- 2.2) calcolare il valore approssimato dell'integrale I usando il passo trovato al punto precedente.

Esercizio 1

Disegnare il grafico delle funzioni

$$f(x) = e^{-x^2}$$
$$g(x) = e^{-x^2}(4x-2)$$

nell'intervallo $I=[0, 1]$. Determinare il punto d'intersezione delle due curve (usare la funzione `fzero`) e disegnarlo nella stessa finestra grafica.

Abbellire opportunamente il grafico.

Esercizio 2

Scrivere una funzione Matlab che prenda in **input** una matrice quadrata A di ordine N e restituisca in **output** una variabile logica che assuma il valore 1 se viene soddisfatta la condizione necessaria e sufficiente per la convergenza del metodo di Gauss-Seidel.

Dal command window richiamare la funzione per la matrice dei coefficienti relativa al sistema lineare

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 + 1/2x_3 &= 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 &= 0 \\ 1/2x_1 - x_2 + 2x_3 &= 1 \end{aligned}$$